



$$\begin{cases} \cosh(a+b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b \Rightarrow \cosh(z) = \cosh(x+iy) = \underbrace{\cosh x}_{\cos y} + i \underbrace{\sinh x}_{\sin y} \sin y \\ z = x+iy \end{cases} \quad \text{تست ۱} \quad (۱)$$

$$\Rightarrow \frac{z}{\pi} \cosh z = \frac{1}{\pi} (x \cosh x \cos y + i x \sinh x \sin y + i y \cosh x \cos y - y \sinh x \sin x)$$

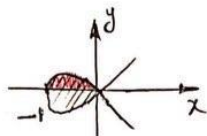
$$\Rightarrow \text{Im} \left(\frac{z}{\pi} \cosh z \right) = \frac{1}{\pi} (x \sin y \sinh x + y \cosh x \cos y)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(1 + \int_1^x \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt \right)^{\frac{1}{x-1}} = 1^\infty \sim \lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\frac{1}{x-1} \left(1 + \int_1^x \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt - 1 \right)} \quad \text{تست ۲} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\frac{\sin(\frac{\pi}{2} x^2)}{1}} = e^{\sin \frac{\pi}{2}} = e^{\frac{\sqrt{e}}{e}} = (e^{\frac{1}{e}})^{\sqrt{e}} = (\sqrt{e})^{\sqrt{e}}$$

$$y^2 = x^2(1+x) \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |y| = |x|\sqrt{1+x} \rightarrow y = \pm x\sqrt{1+x} \quad \text{تست ۳} \quad (۳)$$

دامنه ی فوق ۱- است و ریشه های آن ۱-، ۰، ۱ هستند. همچنین نقطه ی آن در راستای محور ها تقارن دارد. می توانی از شکل ناحیه ی مورد نیاز است:



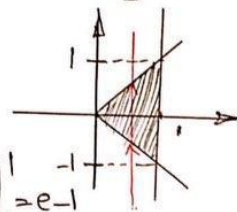
$$S = 2 \int_{-1}^0 |y| dx = 2 \int_{-1}^0 -x\sqrt{1+x} dx$$

$$\xrightarrow{t=1+x} I = 2 \int_0^1 -(t-1)\sqrt{t} dt = -2 \left(\frac{t^{5/2}}{5/2} - \frac{t^{3/2}}{3/2} \right) \Big|_0^1 = \frac{8}{15}$$

تست ۴ (۴)
چون استدلال در مورد ترتیب نسبت به انتگرال در فضای سه بعدی، از روش تعویض متغیرات استفاده می کنیم.

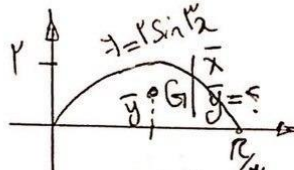
$$\begin{cases} |y| < x < 1 \rightarrow |y| = x \\ -1 < y < 1 \end{cases}$$

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-x}^x e^{x^2} dy dx = \int_{-1}^1 x e^{x^2} dx = e^{x^2} \Big|_{-1}^1 = e - 1$$



تست ۵ (۲)

محاسبه این فاصله کنیم

$$\bar{y} = \frac{\iint_D y \delta(x,y) dA}{\iint_D \delta(x,y) dA}$$


$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{\int_0^{R/3} \int_0^{r \sin \alpha} y dy d\alpha}{\int_0^{R/3} \int_0^{r \sin \alpha} dy d\alpha} = \frac{\int_0^{R/3} r \sin^2 \alpha d\alpha}{\int_0^{R/3} r \sin \alpha d\alpha} = \frac{\int_0^{R/3} (1 - \cos 2\alpha) d\alpha}{-\frac{r}{2} \cos 2\alpha \Big|_0^{R/3}}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha) \Big|_0^{R/3}}{-\frac{r}{2} (-2)} = \frac{R/3}{R/3} = \frac{\pi}{4}$$

تست ۶ (۱)

انتقال خط نوع دوم مورد نیاز است حاصل جبری (تفاضل) در یک برداری $\vec{G}$ و $\vec{H}$

است. چون هر دو خاصیت بسته و انتقال مبادا است، حاصل کار اینجاست که نود نود $\vec{G}$ بر $\vec{H}$

و کار $\vec{H}$ برابر صفر است.

$$I = -W_G + W_H = -2\pi + 0 = -2\pi$$